

УДК 538.5

О. А. Голованов, А. А. Кичкидов, Н. В. Прокина, С. А. Тарасов

ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЙ ПОДХОД В МОДЕЛИРОВАНИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

O. A. Golovanov, A. A. Kichkidov, N. V. Prokina, S. A. Tarasov

DECOMPOSITION APPROACH IN MODELING OF SEISMIC WAVE PROPAGATION IN THE EARTH'S SURFACE

А н н о т а ц и я. Рассмотрено применение метода автономных блоков при моделировании процессов распространения сейсмических волн в земной поверхности. Метод позволяет учесть неоднородность среды распространения волн и будет полезен в создании адаптивных алгоритмов обнаружения сейсмических средств охраны.

A b s t r a c t. The application of autonomous blocks method in the simulation of seismic wave propagation in the Earth's surface is considered. The method takes into account the environment propagation heterogeneity of the wave field. The study will be useful in adaptive algorithms creation for seismic detection.

К л ю ч е в ы е с л о в а: математическое моделирование, декомпозиционный подход, сейсмоакустические волны.

К e y w o r d s: mathematical modeling, decomposition approach, seismoacoustic wave.

В настоящее время разработчики сейсмических систем управления строят алгоритмы обнаружения, основываясь просто на широкой базе сейсмических сигналов, зачастую не анализируя все процессы, проходящие в среде их формирования. Такие алгоритмы часто оказываются неэффективными при смене условий эксплуатации системы. Поэтому необходимо провести исследования с целью изучения особенностей формирования и распространения сейсмических волн в грунте, влияния характеристик сейсмических приемников на процесс сигналообразования.

В работе предлагается применение метода автономных блоков в исследованиях гетерогенных (разнородных по составу) структур земной поверхности. Для получения математической модели гетерогенной структуры грунта наиболее целесообразно использовать декомпозиционный подход, позволяющий учесть все неоднородности среды распространения акустических волн в грунте.

Область земной поверхности и прилегающего к нему воздушного слоя (рис. 1) разбиваем условными границами на подобласти в виде прямоугольных параллелепипедов, которые рассматриваем как автономные блоки, и для них из решения краевых задач дифракции определяем математические описания – матрицы импеданса. Математическую модель гетерогенной структуры в целом находим как объединение автономных блоков между собой по виртуальным каналам Флоке [1].

В объеме автономного блока V_0 волновой процесс удовлетворяет уравнению динамики деформированного тела в линейном приближении для гармонических колебаний [2]:

$$c_T^2 \Delta \vec{u} + \omega^2 \vec{u} + (c_l^2 - c_T^2) \text{grad div} \vec{u} = 0, \quad (1)$$

где ω – частота; \vec{u} – вектор перемещения частиц; c_l, c_τ – фазовые скорости распространения продольной и поперечной волн. На поверхностях граней волновой процесс удовлетворяет условиям неасимптотического излучения (поле на гранях можно представить рядами Фурье) [1].

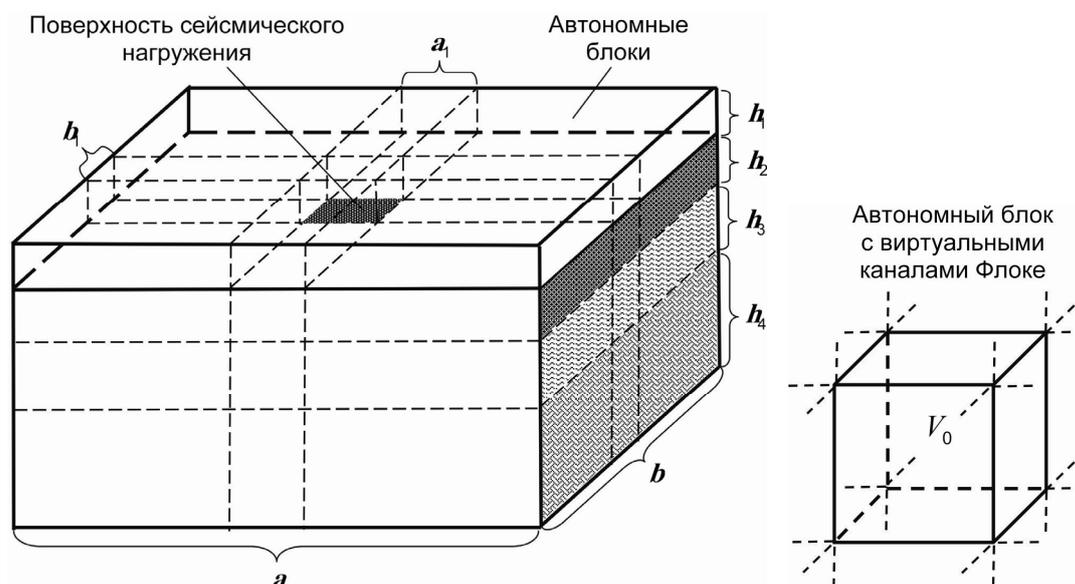


Рис. 1. Расчленение земной поверхности и прилегающего воздушного слоя на автономные блоки: h_1 – воздух; h_2 – почвенно-растительный слой; h_3 – суглинок; h_4 – твердая глина с включениями

Используя формулы векторного анализа, преобразуем (1) к виду, удобному для решения краевой задачи, проекционным методом:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{v} = -\frac{i\omega p}{c_l^2 \rho_0}, \quad \operatorname{grad} p = \vec{H}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} = \frac{i\omega \rho_0}{c_\tau^2} \vec{v} + \frac{1}{c_\tau^2} \vec{H}, \quad \operatorname{rot} \vec{v} = -\frac{i\omega}{\rho_0} \vec{E}, \end{cases} \quad (2)$$

где ρ_0 – плотность среды; p – давление; v – скорость частиц; \vec{H}, \vec{E} – вновь введенные векторные функции.

Используя две вспомогательные задачи на собственные значения для определения вихревой и потенциальной подсистем и формулу Остроградского–Гаусса, получаем интегральную потенциальную форму:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^6 \int_{S_\beta} p_k^* \vec{v}_\beta^z \cdot d\vec{S}_\beta + \int_{S_V} p_k^* \vec{v}_V^z \cdot d\vec{S}_V = -i\omega \frac{1}{c_l^2 \rho_0} \int_{V_0} p p_k^* dV - i \frac{\omega_k}{c_l} \int_{V_0} \vec{v} \cdot \vec{v}_k^* dV; \\ \sum_{\beta=1}^6 \int_{S_\beta} p_\beta \vec{v}_k^* \cdot d\vec{S}_\beta + \int_{S_V} p_V \vec{v}_k^* \cdot d\vec{S}_V = -i \frac{\omega_k}{c_l} \int_{V_0} p p_k^* dV + \int_{V_0} \vec{H} \cdot \vec{v}_k^* dV; \\ \sum_{\beta=1}^6 \int_{S_\beta} (\vec{E}_\beta^\tau \times \vec{v}_l^*) \cdot d\vec{S}_\beta = i\omega \frac{\rho_0}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{v} \cdot \vec{v}_l^* dV + \frac{1}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{H} \cdot \vec{v}_l^* dV - i\omega \int_{V_0} \vec{E} \cdot \vec{E}_l^* dV; \\ \sum_{\beta=1}^6 \int_{S_\beta} (\vec{v}_\beta^\tau \times \vec{E}_l^*) \cdot d\vec{S}_\beta = - \int_{V_0} \vec{E} \cdot \vec{E}_l^* dV - i \frac{\omega_l}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{v} \cdot \vec{v}_l^* dV, \end{cases} \quad (3)$$

где p_β – давление на поверхностях граней параллелепипеда S_β ($\beta = 1, 2, \dots, 6$); \vec{v}_β^z – нормальные составляющие вектора скорости \vec{v} на поверхностях граней параллелепипеда S_β ;

$\vec{v}_\beta^z, \vec{E}_\beta^z$ – касательные составляющие векторов \vec{v}, \vec{E} на поверхностях граней параллелепипеда S_β ; $\{p_k\}, \{\vec{v}_k\}$ – потенциальная подсистема функций; $\{\vec{E}_l\}, \{\vec{v}_l\}$ – вихревая подсистема функций.

Из проекционной интегральной формы (3) методом Галеркина получена система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{R}^{13} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}^{21} & \mathbf{R}^{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}^{32} & \mathbf{R}^{33} & \mathbf{R}^{34} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}^{43} & \mathbf{R}^{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{c}^p \\ \mathbf{c}^H \\ \mathbf{d}^v \\ \mathbf{d}^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}^{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}^{33} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W}^{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{a}^z \\ \mathbf{a}^\tau \\ \mathbf{b}^z \\ \mathbf{b}^\tau \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В системе алгебраических уравнений (4) $\mathbf{R}^{11}, \mathbf{R}^{13}, \mathbf{R}^{21}, \mathbf{R}^{22}, \mathbf{R}^{32}, \mathbf{R}^{33}, \mathbf{R}^{34}, \mathbf{R}^{43}, \mathbf{R}^{44}, \mathbf{W}^{11}, \mathbf{W}^{22}, \mathbf{W}^{33}, \mathbf{W}^{44}$ – матрицы с элементами

$$R_{kn}^{11} = -i\omega \frac{1}{c_l^2 \rho_0} \int_{V_0} p_n p_k^* dV; \quad R_{kn}^{13} = -\frac{i\omega_k}{c_l} \int_{V_0} \vec{v} \cdot \vec{v}_k^* dV; \quad R_{kn}^{12} = -\frac{i\omega_k}{c_l} \int_{V_0} p_n p_k^* dV;$$

$$R_{kn}^{22} = \int_{V_0} \tilde{v} \cdot \vec{v}_k^* dV; \quad R_{ln}^{32} = \frac{1}{c_\tau^2} \int_{V_0} \tilde{v} \cdot \vec{v}_l^* dV; \quad R_{ln}^{33} = -\frac{i\omega \rho_0}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{v}_n \cdot \vec{v}_l^* dV;$$

$$R_{ln}^{34} = -i\omega_l \int_{V_0} \vec{E}_n \cdot \vec{E}_l^* dV; \quad R_{ln}^{43} = -\frac{i\omega_l}{c_\tau^2} \int_{V_0} \vec{v}_n \cdot \vec{v}_l^* dV; \quad R_{ln}^{44} = -\int_{V_0} \vec{E}_n \cdot \vec{E}_l^* dV;$$

$$W_{kn(\beta)}^{11} = \int_{S_\beta} \vec{e}_{n(\beta)}^z \cdot p_k^* dS_\beta; \quad W_{ln(\beta)}^{22} = \int_{S_\beta} (\vec{e}_{n(\beta)}^\tau \times \vec{E}_l^*) dS_\beta;$$

$$W_{kn(\beta)}^{33} = \int_{S_\beta} h_{n(\beta)}^z \vec{v}_k^* \cdot dS_\beta; \quad W_{ln(\beta)}^{44} = \int_{S_\beta} (\vec{h}_{n(\beta)}^\tau \times \vec{v}_l^*) \cdot dS_\beta.$$

Из системы уравнений (4) методом парциальных режимов [1] определяем матрицу импеданса \mathbf{Z} автономного блока, которая используется в построении математической модели распространения сейсмических волн в гетерогенной структуре земной поверхности.

Запишем матрицу импеданса \mathbf{Z} , гетерогенной структуры земной поверхности и прилегающего воздушного слоя, выделив особо канал Флоке 1, с помощью которого осуществляется сейсмическое нагружение гетерогенной структуры:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{1\alpha} \\ \mathbf{Z}_{\alpha 1} & \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где α – совокупность индексов остальных виртуальных каналов Флоке 2, 3, ...

Матрица импеданса связывает вектор \mathbf{a} (представление скорости частиц) с вектором \mathbf{b} (представление давления). Для матрицы (1) такая связь имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{1\alpha} \\ \mathbf{Z}_{\alpha 1} & \mathbf{Z}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_\alpha \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Волновые процессы в гетерогенной структуре земной поверхности и прилегающего воздушного слоя удобно описывать матрицей рассеяния \mathbf{S} , которая связана с матрицей импеданса \mathbf{Z} следующим образом:

$$\mathbf{S} = (\mathbf{Z} + \mathbf{I})^{-1} \cdot (\mathbf{Z} - \mathbf{I}), \quad (7)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица. Матрица рассеяния существует, так как автономный блок записан в терминах собственных волн каналов Флоке, и она имеет структуру, аналогичную матрице импеданса:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{c}_1^- \\ \mathbf{c}_\alpha^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{1\alpha} \\ \mathbf{S}_{\alpha 1} & \mathbf{S}_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1^+ \\ \mathbf{c}_\alpha^+ \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Амплитуды падающих волн \mathbf{c}_1^+ , \mathbf{c}_α^+ и амплитуды отраженных волн \mathbf{c}_1^- , \mathbf{c}_α^- в каналах Флоке определяются следующим образом:

$$\mathbf{c}_1^+ = \frac{\mathbf{b}_1 + \mathbf{a}_1}{2}, \quad \mathbf{c}_1^- = \frac{\mathbf{b}_1 - \mathbf{a}_1}{2}, \quad \mathbf{c}_\alpha^+ = \frac{\mathbf{b}_\alpha + \mathbf{a}_\alpha}{2}, \quad \mathbf{c}_\alpha^- = \frac{\mathbf{b}_\alpha - \mathbf{a}_\alpha}{2}. \quad (9)$$

Динамическое нагружение гетерогенной структуры (рис. 1) осуществляется со стороны канала Флоке 1 амплитудой падающей волны \mathbf{c}_1^+ , амплитуды остальных падающих волн в каналах математической модели гетерогенной структуры равны нулю ($\mathbf{c}_\alpha^+ = 0$). В этих каналах распространяются только уходящие волны, возбужденные динамической нагрузкой со стороны канала Флоке 1. Амплитуда падающей волны \mathbf{c}_1^+ определяется векторами \mathbf{a}_1 , \mathbf{b}_1 . Компонентами вектора \mathbf{a}_1 являются коэффициенты рядов Фурье представления нормальной и касательной составляющих скорости частиц. Компонентами вектора \mathbf{b}_1 являются коэффициенты рядов Фурье представления давления и касательной составляющей вихря скорости частиц. Следовательно, можно проводить комплексное нагружение гетерогенной структуры (скорость частиц, давление, вихрь скорости частиц). При нагружении гетерогенной структуры ступней ноги человека доминирующими являются нормальная составляющая скорости частиц \vec{v}^z и давление p . Остальные компоненты векторов \mathbf{a}_1 и \mathbf{b}_1 , представляющие касательные составляющие скорости частиц и вихря скорости частиц, принимаем равными нулю.

Зная амплитуду падающей волны ($\mathbf{c}_1^+ \neq 0$, $\mathbf{c}_\alpha^+ \neq 0$), определяем (4) амплитуды отраженных волн (\mathbf{c}_1^- , \mathbf{c}_α^-) в каналах Флоке базового элемента гетерогенной структуры. Среда заполнения каналов Флоке имеет параметры ρ (плотность), c_l , c_t (скорости распространения продольных и поперечных упругих волн). Эти параметры выбираем, учитывая физические свойства материалов гетерогенной структуры земной поверхности. Через канал Флоке 1 осуществляется динамическое нагружение гетерогенной структуры ступней ноги человека, следовательно, параметры ρ , c_l , c_t берем для резины (обувь). Для остальных каналов, находящихся сверху структуры, параметры ρ , c_l берем для воздуха. Для каналов, находящихся снизу структуры, параметры ρ , c_l , c_t берем для грунта. Для боковых каналов структуры параметры выбираем следующим образом: первый слой – ρ , c_l для воздуха; второй слой – ρ , c_l , c_t для почвенно-растительного слоя; третий слой – ρ , c_l , c_t для суглинка; четвертый слой – ρ , c_l , c_t для твердой глины с включениями.

В табл. 1 приведены значения плотности, модуля Юнга и модуля сдвига для слоев гетерогенной структуры слоев земной поверхности.

Таблица 1

Материал	Плотность, ρ , кг/м ³	Модуль Юнга, E , МПа	Модуль сдвига, G , МПа
Почвенно-растительный слой	1550	16	8
Суглинок	1700	28	14
Твердая глина с включениями	1800	45	22,5

Скорости распространения продольных и поперечных упругих волн определяются следующим образом:

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}.$$

Затухание упругих волн учитывается путем введения комплексного модуля Юнга (для продольных волн) и комплексного модуля сдвига (для поперечных волн) [1]:

$$\dot{E} = E \left(1 + i \frac{2\alpha_l c_l}{\omega} \right); \quad \dot{G} = G \left(1 + i \frac{2\alpha_\tau c_\tau}{\omega} \right),$$

где α_l , α_τ – коэффициенты поглощения продольных и сдвиговых упругих волн; $\omega = 2\pi f$ – частота.

Такой подход позволяет строить широкий класс математических моделей гетерогенных структур с твердыми телами, в частности учесть все разнообразие грунтов, их структуру (слоистость, отличные по составу включения и другие неоднородности). Использование математической модели дает преимущество в сокращении экспериментальных исследований, а также при получении данных, когда по каким-либо причинам эксперимент провести невозможно. Это позволит разработчикам расширить круг решаемых задач сейсмическими средствами обнаружения.

Список литературы

1. Голованов, О. А. Автономные блоки с виртуальными каналами Флоке и их применение для решения прикладных задач электродинамики / О. А. Голованов // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 12. – С. 1423–1430.
2. Ландау, Л. Д. Механика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1954. – 471 с.

Голованов Олег Александрович

доктор физико-математических наук, профессор,
кафедра № 6,
Пензенский филиал Военной Академии
материально-технического обеспечения
E-mail: golovanovol@mail.ru

Golovanov Oleg Aleksandrovich

doctor of physical and mathematical sciences, professor,
sub-department of № 6,
Penza branch of the Military Academy
of material-technical support

Кичкидов Анатолий Андреевич

кандидат технических наук,
заведующий кафедрой
автономных информационных
и управляющих систем,
Пензенский государственный университет
E-mail: aius@pnzgu.ru

Kichkidov Anatoliy Andreevich

candidate of technical sciences,
head of sub-department
of autonomous information
and control systems,
Penza State University

Прокина Наталья Владимировна

инженер, аспирант,
кафедра автономных информационных
и управляющих систем,
Пензенский государственный университет
E-mail: nataly_pr@mail.ru

Prokina Natal'ya Vladimirovna

engineer, postgraduate student,
sub-department
of autonomous information
and control systems
Penza State University

Тарасов Сергей Александрович

адъюнкт, кафедра № 6,
Пензенский филиал Военной Академии
материально-технического обеспечения
E-mail: tarasovca@mail.ru

Tarasov Sergey Aleksandrovich

postgraduate student,
sub-department of № 6,
Penza branch of the Military Academy
of material-technical support

УДК 538.5

Голованов, О. А.

Декомпозиционный подход в моделировании распространения сейсмоакустических волн в земной поверхности / О. А. Голованов, А. А. Кичкидов, Н. В. Прокина, С. А. Тарасов // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2012. – № 2. – С. 46–50.